55

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdits. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (cf. Circulaire n° 5990/OB/Dir. Du 12.08.1988).

EXERCICE n° 1 (06 points)

Consignes

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées.
Une seule est exacte. Chaque réponse exacte rapporte 1,5 point. Chaque réponse inexacte ou l'absence de réponse est notée 0 point.

1) Si $f(x) = \frac{3x+2}{x-2}$ alors le point :
   a) I (2,-3) ; b) I (2,3) ; c) I (1,2) ; d) I (-2,-3)
   est un centre de symétrie de sa courbe.
2) L'équation ln(x+2) =0 a pour ensemble de solution :
   a) $S = \{-2\}$; b) $S = \{1\}$; c) $S = \{-1\}$; d) $S = \emptyset$.
3) Si (V_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme V_1 alors :
   a) $V_n = V_1q^n$; b) $V_n = V_1q^{n+1}$; c) $V_n = V_1q^{n-1}$; d) $V_n = V_1q^{n+2}$.
4) L'ensemble de définition de la fonction f définie par : $f(x) = \ln\left(\frac{x-2}{x}\right)$ est :
   a) $D_f =]-\infty; 0[$; b) $D_f =]0; 2[$; c) $D_f =]2; +\infty[$; d) $D_f =]-\infty; 0[\cup]2 ; +\infty[$.

EXERCICE n° 2 (08 points)

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}.$$

On désigne $(\mathscr{C})$ sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1) Montrer que le domaine de définition de f est : $D_f =]0 ; +\infty[$. **(01 point)**
2) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. **(0,75 x2 = 01,5 point)**
3) Justifier que $(\mathscr{C})$ admet deux asymptotes dont on précisera, pour chacune, une équation. **(01 point)**
4) Montrer que pour tout $x \in D_f$, $f'(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$, puis étudier son signe et dresser le tableau de variation de f. **(03 points)**
5) Soit la fonction F définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par :
   $$F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} + \ln x + e.$$

Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}_+^*$. **(01,5 point)**

EXERCICE n° 3 (06 points)

$(Un)_{n\geq 0}$ est une suite arithmétique de raison r telle que $\begin{cases} U_8 + U_9 + U_{10} = 36 \\ U_{11} = 14 \end{cases}$

1) Montrer que $U_0 = 3$ et r =1. **(02 point)**
2) Exprimer U_n en fonction de n. En déduire la valeur de U_{99}. **(01,5 point)**
3) On pose $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots\ldots + U_n$.
   a) Exprimer S_n en fonction de n. **(01,5 point)**
   b) En déduire la valeur de $S = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots \ldots + U_{99}$. **(01 point)**