Durée : 3 heures
Séries : L1a-L1b-L'1-LA – Coef. 2
Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (cf. Circulaire n° 5990/OB/Dir. Du 12.08.1988).

Exercice 1 (6,5 pts)

1) Vérifier que le triplet $(11;\ 4;\ -5)$ est solution du système suivant : $\begin{cases} x+y+z=10 \\ x-y+z=2 \\ 4x-2y+z=31 \end{cases}$. **(0,5 pt)**
2) Soit $P(x)$ le polynôme défini dans $\mathbb{R}$ par : $P(x) = 2x^3 + bx^2 + cx + d$, où b, c et d sont des réels .
   a) Sachant que $P(1) = 12$, $P(-1) = 0$ et $P(-2) = 15$, montrer que les réels b, c et d sont solutions du système précèdent. **(0,75 pt)**
   b) En déduire le polynôme $P(x)$. **(0,25 pt)**
3) On pose $P(x) = 2x^3 + 11x^2 + 4x - 5$.
   a) Montrer que -5 est une racine de $P(x)$. **(0,5 pt)**
   b) Factoriser $P(x)$. **(1 pt)**
   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $P(x) = 0$. **(0,5 pt)**
   d) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : $P(x) \leq 0$. **(1 pt)**
4) Déduire de la question 3)c) les solutions des équations suivantes :
   a) $2(\ln x)^3 + 11(\ln x)^2 + 4(\ln x) - 5 = 0$. **(1 pt)**
   b) $2e^{3x+2} + 11e^{2x+2} + 4e^{x+2} - 5e^2 = 0$. **(1 pt)**

Exercice 2 (5 pts)

Lors d'une kermesse scolaire, un élève dispose dans son porte-monnaie de :

- Trois pièces de 500 F CFA.
- Deux pièces de 250 F CFA.
- Six pièces de 100 F CFA.

Le ticket d'entrée coûte 500 F CFA. L'élève tire de son porte-monnaie simultanément deux pièces au hasard.

1) Déterminer le nombre de tirages qu'il peut effectuer ainsi que les montants possibles. **(1,5 pt)**
2) Déterminer la probabilité des évènements suivants associés à l'expérience précédente.
   A : «Il a tiré exactement un montant de 600 F CFA». **(0,5pt)**
   B : «Il a tiré exactement 1000 F CFA». **(0,5 pt)**
   C : «Il a tiré un montant insuffisant pour payer le ticket». **(1 pt)**
   D : «Il a tiré un montant supérieur ou égal au prix du ticket». **(1,5 pt)**

Problème **(8,5 pts)**

Soit la fonction f définie par : $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$. On appelle (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm.

1) Donner l'ensemble de définition de f. **(0,5 pt)**
2) Déterminer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition. **(1 pt)**
3) Calculer la dérivée f' puis déterminer son signe. **(1,5 pt)**
4) Dresser le tableau de variations de f. **(0,5 pt)**
5) On admet que pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^{-x}+1} = x - 1 + \frac{2}{e^x+1}$.
   Montrer alors que les droites $(D_1) : y = x - 1$ et $(D_2) : y = x + 1$ sont des asymptotes obliques à (C_f) respectivement en $+\infty$ et en $-\infty$. **(1 pt)**
6) Ecrire une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$. **(0,5 pt)**
7) Tracer les asymptotes, la tangente (T) et la courbe représentative (C_f) dans le repère. **(1,5 pt)**
8) a) Vérifier que pour tout réel x, $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x+1}$ puis, en déduire une primitive F de f sur $\mathbb{R}$. **(1pt)**
   b) Calculer l'aire en cm^2 du domaine délimité par la courbe (C_f) l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$. **(1 pt)**